

ИДЗ 3.2 – Вариант 0

Даны вершины треугольника ABC: $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Найти:

- уравнения стороны AB
- уравнения высоты CH
- уравнения медианы AM
- точку N пересечения медианы AM и высоты CH
- уравнения прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB
- расстояние от точки C до прямой AB

1.0 $A(2, 4)$ $B(-3, -5)$ $C(5, 1)$

а) Уравнение стороны AB

Воспользовавшись уравнением прямой, проходящей через две точки, получим уравнение стороны AB:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \quad \frac{x - 2}{-3 - 2} = \frac{y - 4}{-5 - 4}$$

$$\frac{x - 2}{-5} = \frac{y - 4}{-9}$$

$$-9(x - 2) = -5(y - 4)$$

$$9x - 18 = 5y - 20$$

$$9x - 5y + 2 = 0 \quad \text{Уравнение стороны AB}$$

б) Уравнение высоты CH

Согласно уравнению $y = kx + b$, угловой коэффициент прямой AB $k_1 = \frac{9}{5}$. С учетом условия

перпендикулярности прямых AB и CH $\operatorname{tg} \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}$ угловой коэффициент высоты CH $k_2 = \frac{-1}{\frac{9}{5}}$

($k_1 k_2 = -1$). По точке $C(5, 1)$ и угловому коэффициенту $k_2 = -\frac{5}{9}$ составляем уравнение высоты CH

$y - y_0 = k(x - x_0)$ уравнение прямой проходящей через 2 точки

$$y - 1 = -\frac{5}{9}(x - 5)$$

$$9y - 9 = -5x + 25$$

$$5x + 9y - 34 = 0 \quad \text{Уравнение высоты CH}$$

в) Уравнение медианы AM

По известным формулам $M\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ находим координаты x, y середины M отрезка BC

$$M\left(\frac{-3 + 5}{2}; \frac{-5 + 1}{2}\right) \quad M(1; -2)$$

Теперь по двум известным точкам A и M составляем уравнение медианы AM:

$$A(2; 4) \quad \frac{x - x_A}{x_M - x_A} = \frac{y - y_A}{y_M - y_A} \quad \frac{x - 2}{1 - 2} = \frac{y - 4}{-2 - 4}$$

$$M(1; -2)$$

$$\frac{x - 2}{-1} = \frac{y - 4}{-6}$$

$$6(x - 2) = y - 4$$

$$6x - 12 - y + 4 = 0$$

$$6x - y - 8 = 0 - \text{уравнение медианы AM}$$

г) точку N пересечения медианы AM и высоты CH

Для нахождения координат точки N пересечения медианы AM и высоты CH составляем систему уравнений

$$\begin{cases} 6x - y - 8 = 0 \\ 5x + 9y - 34 = 0 \end{cases} \quad y = 6x - 8$$

$$5x + 9(6x - 8) - 34 = 0$$

$$5x + 54x - 72 - 34 = 0$$

$$59x = 106$$

$$x = \frac{106}{59} \approx 1,8$$

$$y = 6 \cdot 1,8 - 8 = 2,8$$

$$\text{Получаем } N(1,8; 2,8)$$

д) уравнения прямой, проходящей через вершину C параллельно стороне AB

Так как прямая, проходящая через вершину C, параллельна стороне AB, то их угловые коэффициенты равны $k_1 = \frac{9}{5}$. Тогда, согласно уравнению $y - y_0 = k(x - x_0)$, по точке C и угловому коэффициенту k_1

составляем уравнение прямой CD:

$$C(5, 1)$$

$$y - 1 = \frac{9}{5}(x - 5)$$

$$5y - 5 = 9x - 45$$

$$9x - 5y - 40 = 0$$

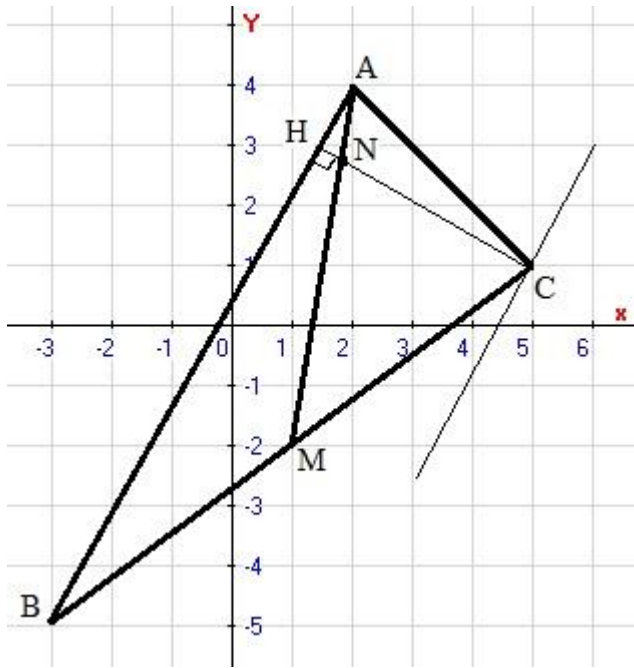
е) расстояние от точки C до прямой AB

$$C(5, 1) \quad 9x - 5y + 2 = 0$$

Расстояние от точки C до прямой AB вычисляем по формуле

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$d = |CH| = \frac{|9 \cdot 5 + (-5) \cdot 1 + 2|}{\sqrt{9^2 + (-5)^2}} = \frac{|45 - 5 + 2|}{\sqrt{106}} = \frac{42}{10,3} = 4,08$$



2. Решить следующие задачи.

2.0 Даны точки $N(-3; 1)$ и $K(3; -1)$ найдите уравнение прямой НК и угловой коэффициент

Решение:

Воспользовавшись уравнением прямой, проходящей через две точки, получим уравнение стороны НК:

$$\frac{x - x_N}{x_K - x_N} = \frac{y - y_N}{y_K - y_N} \quad \frac{x + 3}{3 + 3} = \frac{y - 1}{-1 - 1}$$

$$\frac{x + 3}{6} = \frac{y - 1}{-2}$$

$$-2(x + 3) = 6(y - 1)$$

$$-(x + 3) = 3(y - 1)$$

$$-x - 3 = 3y - 3$$

$$x + 3y = 0$$

Уравнение прямой НК

Согласно уравнению $y = kx + b$, получим $y = -\frac{x}{3}$, тогда угловой коэффициент прямой НК

$$k_1 = -\frac{1}{3}.$$

$$\text{Ответ: } x + 3y = 0; \quad k_1 = -\frac{1}{3}$$