

ИДЗ 18.1 – Вариант 0

Решить следующие задачи (1 – 6)

1.0. В шахматном турнире участвовало 12 шахматистов, каждый из них сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего сыграно партий?

Решение:

В одной игре участвуют 2 человека, следовательно, нужно вычислить, сколькими способами можно отобрать 2-х человек из 12, причем порядок в таких парах не важен. Воспользуемся формулой для нахождения числа сочетаний (выборки, отличающихся только составом) из n различных элементов по m элементов

Сочетаниями называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом. Число сочетаний

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

где $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$. $n=12$, $m=2$

Тогда решаем

$$C_{12}^2 = \frac{12!}{2!(12-2)!} = \frac{12!}{2! \cdot 10!} = \frac{11 \cdot 12}{1 \cdot 2} = 11 \cdot 6 = 66$$

В процессе решения исключили $10!$ из $12!$, т.е. сократили произведение $12! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 12$ на $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$, остались после сокращения множители 11 и 12).

Ответ: 66

2.0. Из коробки, содержащей карточки с буквами «о», «е», «я», «п», «и», «ц», «р», «а», наугад вынимают одну карточку за другой и располагают в порядке извлечения. Какова вероятность того, что в результате получится слово «операция»?

Решение:

Используем классическое определение вероятности:

$$P = \frac{m}{n},$$

где m – число исходов, благоприятствующих осуществлению события, а n – число всех равновероятных элементарных исходов.

Число различных перестановок из букв «о», «е», «я», «п», «и», «ц», «р», «а» равно

$$n = 8! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 = 40320$$

из них только одна соответствует слову "операция" ($m=1$), поэтому по классическому определению вероятности вероятность того, что в результате получится слово «операция» равна

$$P = \frac{1}{40320} \approx 0,000025$$

Ответ: $P = \frac{1}{40320} \approx 0,000025$

Решение задач и примеров

Группа ВКонтакте https://vk.com/fizmathim_reshe

Перейти на **Готовые решения ИДЗ Рябушко (по вариантам)**

Решение задач по высшей математике на заказ

Перейти на **Бесплатные решенные примеры по высшей математике**

3.0. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,8, второй – 0,6, третий – 0,5.

Вычислить вероятность того, что студент сдаст: а) один экзамен; б) не менее двух экзаменов; в) не более двух экзаменов.

Решение:

По условию $p_1 = 0,8$; $p_2 = 0,6$; $p_3 = 0,5$ – вероятности того, что студент сдаст соответствующие экзамены. Тогда вероятности того, что он их не сдаст.

$$q_1 = 1 - p_1 = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$q_2 = 1 - p_2 = 1 - 0,6 = 0,4$$

$$q_3 = 1 - p_3 = 1 - 0,5 = 0,5$$

а) По теоремам сложения несовместных и умножения независимых событий найдем вероятность того, что студент сдаст один экзамен

$$p(1) = p_1 q_2 q_3 + q_1 p_2 q_3 + q_1 q_2 p_3 = 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,4 \cdot 0,5 = 0,16 + 0,06 + 0,04 = 0,26$$

б) Используем теорему сложения несовместных и умножения независимых событий, найдем вероятность того, что студент сдаст не менее двух экзаменов

$$p(m \geq 2) = p_1 p_2 q_3 + p_1 q_2 p_3 + q_1 p_2 p_3 + p_1 p_2 p_3 = 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,5 + 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,5 + 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,5 + 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 0,24 + 0,16 + 0,06 + 0,24 = 0,7$$

в) По теореме сложения вероятностей противоположных событий найдем вероятность того, что студент сдаст не более двух экзаменов

$$p(m \leq 2) = 1 - p_1 p_2 p_3 = 1 - 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,5 = 1 - 0,24 = 0,76$$

Ответ: а) 0,26; б) 0,7; в) 0,76.

4.0. На участке, где изготавливаются болты, первый станок производит 35 %, второй – 40, третий – 25 % всех изделий. В продукции каждого из станков брак составляет соответственно 6, 4 и 3 %. Найти вероятность того, что: а) взятый наугад болт – с дефектом; б) случайно взятый болт с дефектом изготовлен на втором станке.

Решение:

По условию вероятности того, что изготавливаются болты на первом, втором и третьем станке равны $p_1 = 35\% = 0,35$; $p_2 = 40\% = 0,4$; $p_3 = 25\% = 0,25$

Вероятности в продукции каждого из трех станков брака соответственно равны

$$\tilde{p}_1 = 6\% = 0,06; \tilde{p}_2 = 4\% = 0,04; \tilde{p}_3 = 3\% = 0,03$$

а) Найдем вероятность того, что взятый наугад болт – с дефектом

Тогда по формуле полной вероятности:

$$p(H) = p_1 \tilde{p}_1 + p_2 \tilde{p}_2 + p_3 \tilde{p}_3 = 0,35 \cdot 0,06 + 0,4 \cdot 0,04 + 0,25 \cdot 0,03 = 0,021 + 0,016 + 0,0075 = 0,0445$$

б) Найдем вероятность того, что случайно взятый болт с дефектом изготовлен на втором станке

Пусть событие М – это то, что взятый болт изготовлен на втором станке

По формуле Байеса (формула вероятностей гипотез):

Решение задач и примеров

Группа ВКонтакте https://vk.com/fizmathim_reshe

Перейти на **Готовые решения ИДЗ Рябушко (по вариантам)**

Решение задач по высшей математике на заказ

Перейти на **Бесплатные решенные примеры по высшей математике**

$$p(M) = \frac{p_1 p_2}{p(H)} = \frac{0,4 \cdot 0,04}{0,0445} = \frac{0,016}{0,0445} = 0,3596$$

Ответ: а) 0,0445; б) 0,3596.

5.0. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,6. Произведено 10 выстрелов. Найти вероятность поражения цели: а) шесть раз; б) наивероятнейшее число раз; в) хотя бы один раз.

Решение:

Используем формулу Бернулли

$$P_n(m) = P_n^m = C_n^m \cdot p^m \cdot q^{n-m} \quad (1)$$

В данной задаче $n = 10$, количество произведенных выстрелов по цели

Вероятность поражения цели при одном выстреле $p = 0,6$

Вероятность промаха по цели $q = 1 - p = 1 - 0,6 = 0,4$

а) найдем вероятность поражения цели шесть раз

Тогда, подставляем в выражение (1) исходные данные задачи, запишем

$$P_{10}(6) = P_{10}^6 = C_{10}^6 \cdot p^6 \cdot q^{10-6} = C_{10}^6 \cdot p^6 \cdot q^4$$

Вычислим искомую вероятность

$$\begin{aligned} P_{10}(6) = P_{10}^6 &= \frac{10!}{6!(10-6)!} \cdot (0,6)^6 \cdot (0,4)^4 = \frac{10!}{6!4!} \cdot 0,046656 \cdot 0,0256 = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 0,0011944 = \\ &= 210 \cdot 0,0011944 \approx 0,2508 \end{aligned}$$

В процессе решения исключили $6!$ из $10!$, т.е. сократили произведение $10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 10$ на $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 6$, остались после сокращения множители 7, 8, 9 и 10.

б) найдем вероятность поражения цели наивероятнейшее число раз

Поскольку $n = 10$; $p = 0,6$; $q = 0,4$

Наивероятнейшее число наступлений события A в n испытаниях можно определить из двойного неравенства

$$np - q \leq m \leq np + p$$

Тогда

$$10 \cdot 0,6 - 0,4 \leq m \leq 10 \cdot 0,6 + 0,6$$

$$6 - 0,4 \leq m \leq 6 + 0,6$$

$$5,6 \leq m \leq 6,6$$

Отсюда видим, что наивероятнейшее число поражения цели $m = 6$

Так как в пункте а) мы нашли вероятность поражения цели $m = 6$ раз, тогда

$$P_{10}^6 = 0,2508$$

в) найдем вероятность поражения цели хотя бы один раз

По теореме сложения вероятностей противоположных событий

$$\begin{aligned} P(m \geq 1) &= 1 - P_{10}^0 = 1 - C_{10}^0 \cdot p^0 \cdot q^{10} = 1 - \frac{10!}{0!(10-0)!} \cdot (0,6)^0 \cdot (0,4)^{10} = 1 - \frac{10!}{10!} \cdot 1 \cdot 0,0001048576 = \\ &= 1 - 0,0001048576 = 0,9998951424 \approx 0,9999 \end{aligned}$$

Ответ: а) 0,2508; б) 0,2508; в) 0,9999

Решение задач и примеров

Группа ВКонтакте https://vk.com/fizmathim_reshe

Перейти на **Готовые решения ИДЗ Рябушко (по вариантам)**

Решение задач по высшей математике на заказ

Перейти на **Бесплатные решенные примеры по высшей математике**

6.0. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,3. Найти вероятность того, что событие наступит 36 раз в 120 испытаниях.

Решение:

Используем локальную теорему Лапласа. Вероятность того, что в n независимых испытаниях событие A наступит ровно m раз

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x)$$

где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$; $x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}}$; p – вероятность наступления события A в отдельном испытании; $q =$

$1 - p$

Функция $\varphi(x)$ – четная

$$P_n(m) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi\left(\frac{m - np}{\sqrt{npq}}\right) \quad (1)$$

По условию задачи количество испытаний $n = 120$, событие наступит $m = 36$ раз

Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна $p = 0,3$;

Вероятность того, что событие не появится в каждом из независимых испытаний, равна $q = 1 - p = 1 - 0,3 = 0,7$

Подставляем числовые данные в выражение (1)

$$P_{120}(36) \approx \frac{1}{\sqrt{120 \cdot 0,3 \cdot 0,7}} \cdot \varphi\left(\frac{36 - 120 \cdot 0,3}{\sqrt{120 \cdot 0,3 \cdot 0,7}}\right) \approx \frac{1}{\sqrt{25,2}} \cdot \varphi\left(\frac{36 - 36}{\sqrt{25,2}}\right) \approx \frac{1}{5,02} \cdot \varphi\left(\frac{0}{5,02}\right) \approx 0,1992 \cdot \varphi(0) =$$
$$= 0,1992 \cdot 0,3989 \approx 0,0795$$

По таблице нашли значение локальной функции Лапласа $\varphi(0) \approx 0,3989$

Ответ: 0,0795