Группа ВКонтакте https://vk.com/fizmathim\_resh

Перейти на Готовые решения ИДЗ Рябушко (по вариантам)

Решение задач по высшей математике на заказ

Перейти на Бесплатные решенные примеры по высшей математике

### ИДЗ 6.2 – Вариант 0

**1. Найти у' и у" 1.0** 
$$y^2 = 15x^2 + 9$$

Продифференцируем обе части по х:

$$2yy' = 30x$$

$$y' = \frac{30x}{2y} \Rightarrow y' = \frac{15x}{y}$$

Заметим, что производная неявной функции выражается через x и y, то есть получается равенство y' =g(x, y)(1)

Для вычисления второй производной неявной функции, нужно продифференцировать обе части равенства (1) по х и затем подставить выражение g(x, y) вместо у'.

$$y'' = \left(\frac{15x}{y}\right)' = \frac{15 \cdot y - 15x \cdot y'}{y^2} = \frac{15(y - x \cdot y')}{y^2}$$

Подставим  $y' = \frac{30x}{2y}$  вместо y', получим

$$y'' = \frac{15\left(y - x \cdot \frac{15x}{y}\right)}{y^2} = \frac{15y - \frac{225x^2}{y}}{y^2} = \frac{15y^2 - 225x^2}{y^3}$$

Группа ВКонтакте <a href="https://vk.com/fizmathim\_resh">https://vk.com/fizmathim\_resh</a>

Перейти на Готовые решения ИДЗ Рябушко (по вариантам)

Решение задач по высшей математике на заказ

Перейти на Бесплатные решенные примеры по высшей математике

### 2. Найти у' и у"

2.0 
$$\begin{cases} x = e^{-5t} \\ y = e^{-8t} \end{cases}$$

Пусть функция у от х задана параметрическими уравнениями:

$$x = x(t), y = y(t), t \in (a;b).$$

 $y'_t t'_x = y'_t g'_x$ . По теореме о дифференцировании обратной функции  $y'_x = \frac{1}{x'_t}$ . Учитывая это, получаем

$$y'_{x} = \frac{y'_{t}}{x'_{t}}$$

$$x'_{t} = (e^{-5t})' = -5e^{-5t}$$

$$y'_{t} = (e^{-8t})' = -8e^{-8t}$$

$$y'_{x} = \frac{y'_{t}}{x'_{t}} = \frac{-8e^{-8t}}{-5e^{-5t}} = \frac{8e^{-8t}}{5e^{-5t}}$$

Вторая производная  $y''_x = \frac{y''_t x'_t - x''_t y'_t}{x'_t}$ 

$$x_{t}'' = \left(-5e^{-5t}\right)' = 25e^{-5t}$$

$$y_{t}'' = \left(-8e^{-8t}\right)' = 64e^{-8t}$$

$$y_{x}'' = \frac{64e^{-8t}\left(-5e^{-5t}\right) - 25e^{-5t} \cdot \left(-8e^{-8t}\right)}{\left(-5e^{-5t}\right)^{3}} = \frac{-320e^{-13t} + 200e^{-13t}}{-125e^{-15t}} = \frac{-120e^{-13t}}{-125e^{-15t}} = \frac{24}{25}e^{-13t - \left(-15t\right)} = \frac{24}{25}e^{2t}$$

Группа ВКонтакте https://vk.com/fizmathim\_resh

Перейти на Готовые решения ИДЗ Рябушко (по вариантам)

Решение задач по высшей математике на заказ

Перейти на Бесплатные решенные примеры по высшей математике

# 3. Для данной функции у и аргумента $x_0$ вычислить $y'''(x_0)$

**3.0** 
$$y = x\cos 4x, x_0 = \pi$$

Последовательно находим

$$y' = (x\cos 4x)' = \cos 4x - 4x\sin 4x$$

$$y'' = (\cos 4x - 4x \sin 4x)' = -4\sin 4x - 4\sin 4x - 16x \cos 4x = -8\sin 4x - 16x \cos 4x$$

$$y''' = (-8\sin 4x - 16x\cos 4x)' = -32\cos 4x - 16\cos 4x + 64x\sin 4x = -48\cos 4x + 64x\sin 4x$$

Подставляем в функцию  $y'''(x_0)$  значение аргумента  $x_0$ , получим

$$y'''(\pi) = -48\cos 4\pi + 64\pi\sin 4\pi = -48\cdot 1 + 64\pi\cdot 0 = -48$$

# 4. Записать формулу для произвольной п-го порядка указанной функции.

**4.0** 
$$y = 9^x$$

Дифференцируя последовательно n раз данную функцию, находим

$$y' = \left(9^x\right)' = 9^x \ln 9$$

$$y'' = (9^x \ln 9)' = 9^x \ln^2 9$$

$$y''' = (9^x \ln^2 9)' = 9^x \ln^3 9$$

Сравнив полученные выражения для у', у" и у", запишем:

$$y^{(n)} = 9^x \ln^n 9$$

# 5. Решить следующие задачи.

**5.0** Записать уравнение касательной к кривой  $y = x^3 - 8x^2 + 2x - 13$  в точке с абсциссой x=2

Уравнение касательной:

$$y - y_0 = y_0' (x - x_0)$$

Найдем  $y_0$  и  $y'_0$ 

Ордината точки касания

$$y_0 = 2^3 - 8 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 13 = 8 - 32 + 4 - 13 = -33$$

В любой точке

$$y' = (x^3 - 8x^2 + 2x - 13)' = 3x^2 - 16x + 2$$

В точке касания

$$y_0' = 3 \cdot 2^2 - 16 \cdot 2 + 2 = 12 - 32 + 2 = -18$$

Уравнение касательной будет иметь вид:

$$y + 33 = -18(x - 2)$$

$$y + 33 = -18x + 36$$

$$y = -18x + 3$$

Группа ВКонтакте <a href="https://vk.com/fizmathim\_resh">https://vk.com/fizmathim\_resh</a>

Перейти на Готовые решения ИДЗ Рябушко (по вариантам)

Решение задач по высшей математике на заказ

Перейти на Бесплатные решенные примеры по высшей математике

# 6. Решить следующие задачи.

**6.0** В какой точке параболы  $y^2 = 9x$  ордината возрастает втрое быстрее, чем абсцисса?

#### Решение

Скорость возрастания ординаты

$$2yy' = 9 \Rightarrow y' = \frac{9}{2y}$$

Скорость возрастания ординаты в 3 раза больше скорости абсциссы

$$\frac{9}{2y} = 3$$

$$2y = 3$$

$$y = \frac{3}{2}$$

$$x = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^2}{9} = \frac{\frac{9}{4}}{9} = \frac{1}{4}$$

Otbet: 
$$\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right)$$